МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Факультет СиСС

Кафедра общей теории связи

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

№ 26-2

по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»

на тему:

«Анализ рекурсивных цифровых фильтров 1-го и 2-го порядка»

Вариант №13

Выполнил: студ. гр. БКК2101

Климов Эдуард

Проверил: проф. каф. ОТС

Волчков В.П.

(Осенний семестр)

Москва 2023

1. Цель работы

Провести экспериментальный анализ рекурсивных фильтров (ЦФ) 1-го и 2-го порядка; исследовать частотные и временные характеристики фильтров, их взаимосвязь со значениями коэффициентов ЦФ; определить области устойчивости рекурсивных фильтров 1-го и 2-го порядка.

2. Выполнение домашнего задания

2.1 Исходные данные варианта

**Табл. 1.** Таблица параметров фильтра для своего варианта ДЗ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Порядок фильтра |  |  |  |
| 1 | 1 | 0,89 | 8 кГц |

2.2 Запись разностного уравнения и системной функции

Разностное уравнение рекурсивного ЦФ 1-го порядка имеет вид:



Пусть задан дискретный сигнал , тогда его односторонним  называется:



Свойства :

Свойство 1 (линейности):



Свойство 2 (смещения):



Пусть на входе ЦФ действует сигнал , а на выходе наблюдается сигнал , тогда системной функцией ЦФ называется отношение:



Находим (5), применив к обеим частям уравнения (1)  и воспользовавшись свойствами 1 и 2:

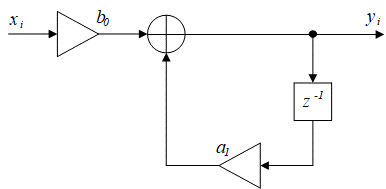


Отсюда получаем:



2.3 Построение структурной схемы ЦФ

Для построения структурной схемы ЦФ будем использовать обозначения основных блоков. Строим структурную схему исходя из определения ЦФ и по формуле системной функции (7).



**Рис. 1.** Структурная схема рекурсивного ЦФ 1-го порядка ()

2.4 Расчет и построение характеристик ЦФ

Импульсной характеристикой ЦФ (любого) называется его отклик на единичный импульс Кронекера:



 – единичный импульс Кронекера.

Из формулы (8) с учетом начального условия последовательно получаем:





**Рис. 2.** ИХ рекурсивного ЦФ 1-го порядка ()

Переходной функцией  цифрового фильтра называется его отклик на дискретный единичный скачок:



По определению фильтр называется устойчивым, если при ограниченном воздействии  его выход (отклик) также ограничен, то есть 

Из определения выше следует, что для устойчивости ЦФ при действии на входе  на выходе получаем .

Из (10) следует, что:



Любой ЦФ является дискретной линейной системой, действие которого на входной сигнал  описывается линейным оператором . Это означает, что на выходной сигнал , а если , то



Следовательно, если , то из (11) и (12) имеем:



Делаем замену переменных :



Из (14) с учетом начального условия и (9) последовательно получаем:





**Рис. 3.** ПХ рекурсивного ЦФ 1-го порядка ()

Комплексным коэффициентом передачи ЦФ  называется функция частоты :

,

где , .

Свойства комплексных чисел.

Если , то







Если  – комплексная дробь, то справедливо:







Формулы Эйлера:





Найдем  используя (16) и формулы Эйлера (23), (24):



Найдем действительную и мнимую части от  с учетом (20), (21) и (22):









Амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) цифрового фильтра называется функция частоты:



Найдем АЧХ  по формуле (30) и с учетом (22):



Преобразуем знаменатель с учетом полученного ранее  в формуле (27):





**Рис. 4.** АЧХ рекурсивного ЦФ 1-го порядка ()

Фазо-частотной характеристикой (ФЧХ) цифрового фильтра называется функция частоты:



Найдем ФЧХ  по формуле (33) и с учетом (28) и (29):





**Рис. 5.** ФЧХ рекурсивного ЦФ 1-го порядка ()

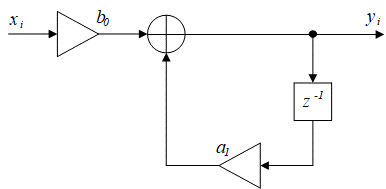
3. Выполнение лабораторной работы

3.1 Исходные параметры исследуемых фильтров

**Табл. 2.** Таблица параметров исследуемых фильтров

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер фильтра | Порядок фильтра |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |
| 2 | 1 | 1 | -1 | 0 |  |
| 3 | 1 | 1 | 1,03333 | 0 |  |
| 4 | 1 | 1 | -1,03333 | 0 |  |
| 5 | 1 | 1 | 0,96667 | 0 |  |
| 6 | 1 | 1 | -0,96667 | 0 |  |
| 7 | 2 | 1 | 1,2 | -0,43333 |  |
| 8 | 2 | 1 | -1,2 | -0,43333 |  |
| 9 | 2 | 1 | 0,5 | -0,73333 |  |
| 10 | 2 | 1 | 0 | 0,78333 |  |

3.2 Структурные схемы и уравнения исследуемых фильтров



**Рис. 6.** Структурная схема рекурсивного ЦФ 1-го порядка (фильтры 1-6)

Разностное уравнение рекурсивного ЦФ 2-го порядка имеет вид:

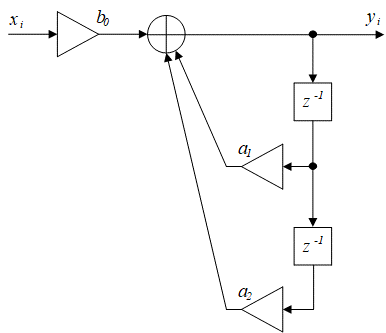


Находим  применив к обеим частям уравнения (35)  и воспользовавшись свойствами линейности и смещения (3) и (4):



Отсюда получаем:





**Рис. 7.** Структурная схема рекурсивного ЦФ 2-го порядка (фильтры 7-10)

3.3 Выражения для расчета характеристик, исследуемых ЦФ

Ниже приведены формулы, по которым были рассчитаны характеристики рекурсивных ЦФ 1-го порядка.

ИХ для рекурсивного ЦФ 1-го порядка находится по формуле (9).

ПХ для рекурсивного ЦФ 1-го порядка находится по формуле (15).

АЧХ для рекурсивного ЦФ 1-го порядка находится по формуле (32).

Ниже приведены формулы, по которым были рассчитаны характеристики рекурсивных ЦФ 2-го порядка.

По определению ИХ:



Из (36) с учетом начального условия и (35) последовательно получаем:



ПХ для рекурсивного ЦФ 2-го порядка находится по формуле (15).

Найдем  используя (16), (37) и формулы Эйлера (23) и (24):



Находим действительную и мнимую части от  с учетом (20), (21) и (22):









Найдем АЧХ  по формуле (30) с учетом (22) и полученного ранее  в формуле (42):



3.4. Результаты экспериментального исследования

|  |  |
| --- | --- |
| **Рис. ИХ-1** () | **Рис. ИХ-2** () |
| **Рис. ИХ-3** () | **Рис. ИХ-4** () |
| **Рис. ИХ-5** () | **Рис. ИХ-6** () |
| **Рис. ПХ-5** () | **Рис. ПХ-6** () |
| **Рис. АЧХ-5** () | **Рис. АЧХ-6** () |
| **Рис. ИХ-7** () | **Рис. ИХ-8** () |
| **Рис. ПХ-7** () | **Рис. ПХ-8** () |
| **Рис. АЧХ-7** () | **Рис. АЧХ-8** () |
| **Рис. ИХ-9** () | **Рис. ИХ-10** () |
| **Рис. ПХ-9** () | **Рис. ПХ-10** () |
| **Рис. АЧХ-9** () | **Рис. АЧХ-10** () |

4. Детальные выводы по работе

4.1 Анализ устойчивости

Рекурсивные ЦФ 1-го и 2-го порядков называются устойчивыми, если их параметры  удовлетворяют следующим условиям:



Система является устойчивой, если выполняется требование затухания импульсной характеристики .

ЦФ является устойчивым, если  и , где  и - полюса системной функции:



Проверка на устойчивость полученных фильтров:

Фильтр №1 ()

Полюсы находятся на единичной окружности. Фильтр не является устойчивым, т.к. находится в режиме генерации.

Фильтр №2 ()

Полюсы находятся на единичной окружности. Фильтр не является устойчивым, т.к. находится в режиме генерации.

Фильтр №3 ()

Полюсы находятся за пределами единичной окружности. Фильтр не является устойчивым.

Фильтр №4 ()

Полюсы находятся за пределами единичной окружности. Фильтр не является устойчивым.

Фильтр №5 ()

Полюсы находятся в пределах единичной окружности. Фильтр является устойчивым.

Фильтр №6 ()

Полюсы находятся в пределах единичной окружности. Фильтр является устойчивым.

Фильтр №7 ()

Полюсы находятся в пределах единичной окружности. Фильтр является устойчивым.

Фильтр №8 ()

Полюсы находятся в пределах единичной окружности. Фильтр является устойчивым.

Фильтр №9 ()

Полюсы находятся в пределах единичной окружности. Фильтр является устойчивым.

Фильтр №10 ()

Полюсы находятся в пределах единичной окружности. Фильтр является устойчивым.

4.2 Классификация фильтров

Вид фильтра определяется по характеру локализации АЧХ в рабочем диапазоне частот. Следовательно подаваемый сигнал не должен иметь ширину полосы, выходящую за пределы рабочего диапазона, если условие не выполняется, то надо повысить частоту дискретизации, соответственно возрастет и частота Найквиста, что обеспечивает выполнение условия.

ЦФ с АЧХ  называется ФНЧ, если центральная частота ЦФ принадлежит диапазону .

ЦФ с АЧХ  называется ПФ, если центральная частота ЦФ принадлежит диапазону .

ЦФ с АЧХ  называется ФВЧ, если центральная частота ЦФ принадлежит диапазону .

ЦФ с АЧХ  называется РФ, если его дополняющая АЧХ описывает ПФ.

Фильтр №5: ФНЧ 1-го порядка ()

Фильтр №6: ФВЧ 1-го порядка ()

Фильтр №7: ФНЧ 2-го порядка ()

Фильтр №8: ФВЧ 2-го порядка ()

Фильтр №9: ПФ 2-го порядка ()

Фильтр №10: РФ 2-го порядка ()

4.3 Анализ поведения АЧХ

Сравнение ФНЧ 1-го порядка (фильтр №5) и ФНЧ 2-го порядка (фильтр №7):

* полоса пропускания на уровне 0,7 ФНЧ 2-го порядка (794 Гц) шире полосы пропускания на уровне 0,7 ФНЧ 1-го порядка (44 Гц);
* крутизна спада ФНЧ 1-го порядка (0,2046) на границе полосы пропускания больше крутизны спада ФНЧ 2-го порядка (0,0016);
* некоторые пульсации присутствуют в полосе пропускания ФНЧ 2-го порядка.

Сравнение ФВЧ 1-го порядка (фильтр №6) и ФВЧ 2-го порядка (фильтр №8):

*  на уровне 0,7 ФВЧ 1-го порядка (3956 Гц) больше  на уровне 0,7 ФВЧ 2-го порядка (3206 Гц);
* крутизна спада ФВЧ 1-го порядка (0,2046) на границе полосы пропускания больше крутизны спада ФВЧ 2-го порядка (0,0016);
* некоторые пульсации присутствуют в полосе пропускания ФВЧ 2-го порядка.

4.4 Недостатки и преимущества исследуемых фильтров

Преимущества рекурсивных цифровых фильтров:

1. Улучшенное качество сигнала. Рекурсивные фильтры обычно обеспечивают лучшее качество сигнала по сравнению с их нерекурсивными аналогами, поскольку они могут лучше моделировать сложные системы и сигналы.
2. Более широкий диапазон частот. Рекурсивные фильтры позволяют обрабатывать сигналы в более широком диапазоне частот, что делает их более гибкими и универсальными.

Недостатки рекурсивных цифровых фильтров:

1. Возможность возникновения неустойчивости. Рекурсивные фильтры могут стать неустойчивыми, если их параметры не были правильно подобраны.
2. Сложность реализации и настройки. Рекурсивные цифровые фильтры требуют более сложных алгоритмов и большего количества вычислений по сравнению с нерекурсивными фильтрами.
3. Задержка во времени. Рекурсивные фильтры имеют задержку, так как они обрабатывают сигнал в реальном времени.